

CAPITOLO VIII

LO STUDIO DELLE FUNZIONI

Il presente capitolo è dedicato allo studio di una parte molto importante della Matematica, ovvero allo studio delle funzioni reali di variabile reale, limitatamente, però, solo ad alcune classi di funzioni.

Definizione.

Si definisce *funzione* una legge di natura qualsiasi che ad ogni elemento x di un dato insieme CD , contenuto nel campo reale $\mathbb{R}$, detto *campo di definizione* o *campo di esistenza*, associa uno ed un solo numero reale y . Si è soliti indicare una funzione con la seguente notazione:

$$y = f(x) \quad \text{con} \quad x \in CD, y \in \mathfrak{R}$$

Ci si occuperà, in dettaglio, dello studio delle seguenti classi di funzioni:

- 1) polinomiali
- 2) razionali fratte
- 3) irrazionali (con indice di radice pari, in particolare uguale a due, e dispari, in particolare uguale a tre)
- 4) esponenziali (aventi a loro volta, come esponente, una funzione appartenente ad una delle classi sopra citate)
- 5) logaritmiche (aventi a loro volta, come argomento, una funzione appartenente ad una delle classi sopra citate)

Non si cercherà di studiare le varie funzioni nel dettaglio, bensì ci si preoccuperà di fornire una vasta gamma di esempi, classe per classe, al fine di far comprendere meglio allo studente la *tecnica del fare*. Ci sembra, infatti, questa la strategia didattica ottimale per Corsi di Laurea nei quali la Matematica è da considerarsi una disciplina quasi *di servizio*, per cui lo studio delle funzioni deve essere visto più come una chiave di lettura che come una vera e propria dipendenza da esso. Si consiglia, pertanto, anche l'uso di un minielaboratore, o calcolatrice grafica, che consenta di visualizzare sul display l'andamento della funzione assegnata, così che l'allievo possa rendersi conto, al di là dei calcoli di base, la logica insita in un qualunque studio di funzioni.

Riportiamo ora qui di seguito lo schema di base cui attenersi per poter poi disegnare una qualunque funzione:

- a) determinazione del campo di esistenza o campo di definizione C.E.: bisogna, cioè, stabilire dove la funzione è definita;
- b) studio del segno: bisogna, cioè, determinare per quali valori della x la funzione $y = f(x)$ è positiva o negativa;
- c) intersezioni con gli assi;
- d) calcolo dei limiti agli estremi del campo di esistenza per la ricerca degli eventuali asintoti;
- e) studio del segno della derivata prima per il calcolo dei massimi e dei minimi della funzione.

Nelle sezioni dedicate allo studio delle varie classi di funzioni verrà proposto un esempio introduttivo commentato seguito da altri esempi sulla base dei quali lo studente potrà, senza difficoltà alcuna, svolgere gli esercizi proposti alla fine di ogni sezione.